

Théorie du signal

Échantillonnage et reconstruction

Laurent Oudre
laurent.oudre@univ-paris13.fr

Université Paris 13, Institut Galilée
Ecole d'ingénieurs Sup Galilée
Parcours Télécommunications et Réseaux - 1^{ère} année
2019-2020

Plan du cours

1. Echantillonnage

- 1.1 Modélisation de l'échantillonneur idéal
- 1.2 Théorème de Shannon
- 1.3 Filtre anti-repliement de spectre
- 1.4 Echantillonneurs non idéaux

2. Reconstruction

- 2.1 Modélisation d'une reconstruction idéale
- 2.2 Reconstruction non idéale

Signaux analogiques et numériques

- ▶ Dans le cours d'ITS nous avons vu qu'il existait deux types de signaux :
 - ▶ Les signaux analogiques $x(t)$, qui sont des signaux physiques pouvant prendre n'importe quelle valeur réelle dans $\mathbb{R}$ (ou dans un intervalle de $\mathbb{R}$) et définis pour un nombre infini de temps t réels
 - ▶ Les signaux numériques $x[n]$, stockables et traitables sur ordinateur, qui sont représentés par des 0 et des 1 et contiennent un nombre fini d'échantillons.
- ▶ Dans ce cours nous allons prolonger cette étude et répondre à deux questions
 - ▶ Comment transformer un signal analogique en signal numérique ?
 - ▶ Comment reconstruire un signal analogique à partir d'un signal numérique ?

Signal numérique

- ▶ Pour qu'un signal puisse être stocké sur un ordinateur il faut :
 - ▶ Que le nombre d'échantillons qu'il contient soit fini : le signal doit être discret et à support temporel fini
 - ▶ Que le nombre de possibilités pour les valeurs du signal soit fini : chaque valeur du signal doit pouvoir être codée sur un nombre fini de bits
- ▶ Il faut donc un nombre fini de valeurs à stocker et un nombre fini de valeurs possibles. On appelle un tel signal un **signal numérique**

Conversion analogique/numérique

Pour pouvoir convertir un signal analogique en un signal numérique, il faut :

- **Échantillonnage.** Choisir un ensemble fini de N temps $t[n]$ où l'on va stocker les valeurs (conversion continu vers discret).

$x[n] = x(t[n])$ où $t[n]$ représentent les temps où le signal va être enregistré

$$n \in \llbracket 0, N - 1 \rrbracket$$

- **Quantification.** Choisir un ensemble fini de valeurs possibles et stocker en mémoire la valeur la plus proche de la valeur observée.

Echantillonnage

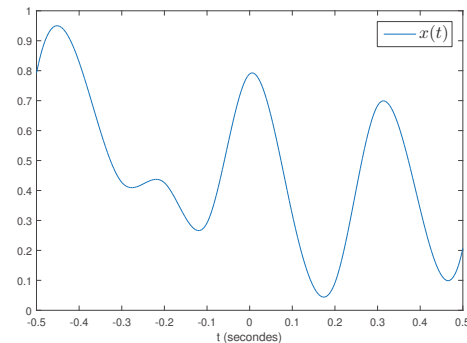
- Dans ce cours, nous allons nous focaliser sur la théorie de l'échantillonnage, et démontrer un certain nombre de propriétés (dont le théorème de Shannon déjà vu en ITS)
- En utilisant les nouveaux outils à notre disposition, nous allons voir les conditions nécessaires et suffisantes pour reconstruire parfaitement un signal
- Nous verrons également quelques systèmes utilisés en pratique pour l'échantillonnage

Sommaire

Echantillonnage

- 1.1 Modélisation de l'échantillonneur idéal
- 1.2 Théorème de Shannon
- 1.3 Filtre anti-repliement de spectre
- 1.4 Echantillonneurs non idéaux

Domaine temporel

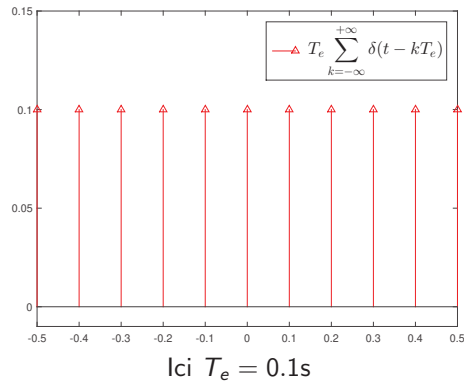


- On considère un signal $x(t)$ analogique, en bande de base et de largeur de bande B , c'est à dire que

$$X(f) = 0 \text{ pour } f \notin [-B, +B]$$

- Echantillonner ce signal de façon uniforme, avec une période d'échantillonnage T_e revient à multiplier ce signal par un peigne de Dirac de période T_e .

Domaine temporel

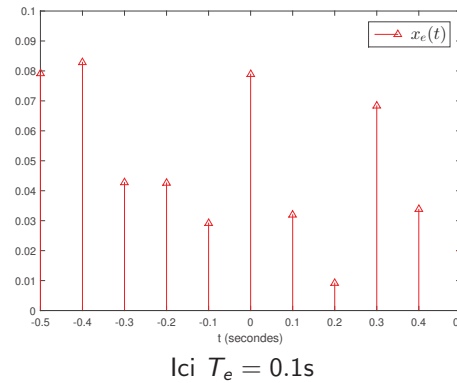


- Pour des questions d'homogénéité, on utilisera ici un peigne de Dirac renormalisé par T_e

$$T_e \text{III}_{T_e}(t) = T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e)$$

- Un Dirac de poids T_e pour tous les temps multiples de T_e

Domaine temporel



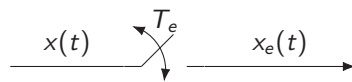
- Le signal après échantillonnage peut s'écrire

$$\begin{aligned} x_e(t) &= x(t) \times T_e \text{III}_{T_e}(t) \\ &= x(t) \times \left[T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e) \right] \\ &= T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) \delta(t - nT_e) \end{aligned}$$

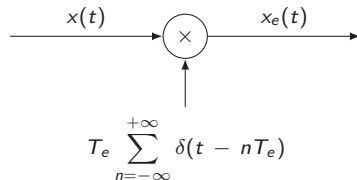
- Pour étudier l'échantillonnage, on peut déterminer les propriétés de $x_e(t)$

Domaine temporel

- Echantillonneur idéal



- Modélisation de l'échantillonnage idéal sous forme de schéma bloc



$$x_e(t) = x(t) \times T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e)$$

Domaine fréquentiel

- On a donc

$$x_e(t) = x(t) \times T_e \text{III}_{T_e}(t)$$

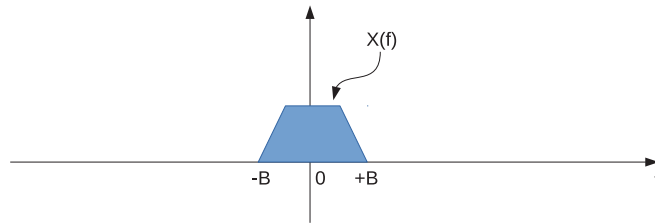
- En prenant la transformée de Fourier on a

$$\begin{aligned} X_e(f) &= X(f) * \mathcal{TF} \left\{ T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e) \right\} \\ &= X(f) * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta \left(f - \frac{k}{T_e} \right) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X \left(f - \frac{k}{T_e} \right) \end{aligned}$$

- On peut donc écrire

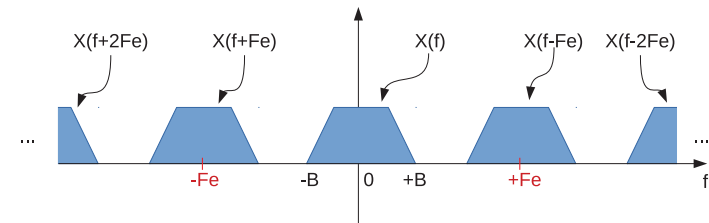
$$X_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e)$$

Représentation visuelle



- Signal $x(t)$ à largeur de bande finie B
- Pour aider la visualisation on suppose que $X(f)$ est réel

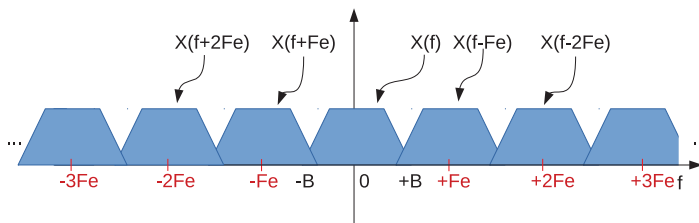
Représentation visuelle



$$X_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e) \text{ avec } F_e > 2B$$

- Le spectre de $x(t)$ se répète tous les F_e
- Comme $F_e > 2B$, ces répétitions ne se chevauchent pas

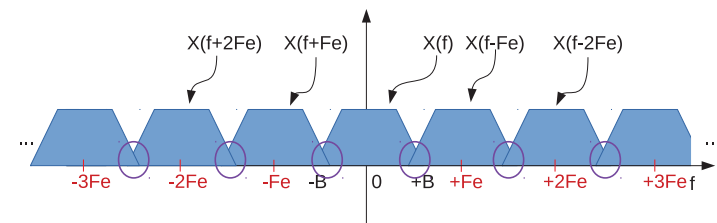
Représentation visuelle



$$X_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e) \text{ avec } F_e < 2B$$

- Le spectre de $x(t)$ se répète tous les F_e
- Comme $F_e < 2B$, ces répétitions se chevauchent

Représentation visuelle



$$X_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e) \text{ avec } F_e < 2B$$

- Sur les zones de chevauchement, l'information est détruite de façon irréversible. On appelle ce phénomène **recouvrement ou repliement de spectre** (en anglais **aliasing**)
- Il n'est plus possible de retrouver $X(f)$ à partir de $X_e(f)$

Théorème d'échantillonnage de Nyquist-Shannon

- Considérons un signal $x(t)$ à largeur de bande finie B .
- On peut reconstruire de façon exacte $x(t)$ à partir de ses échantillons $x(kT_e)$ si et seulement si la fréquence d'échantillonnage $F_e = \frac{1}{T_e}$ vérifie

$$F_e > 2B$$

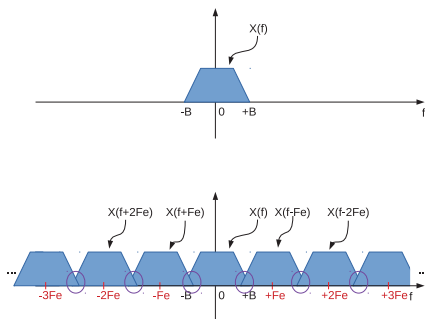
- Réciproquement, on peut reconstruire un signal échantillonné à la fréquence F_e si et seulement si il ne contient aucune fréquence supérieure à $\frac{F_e}{2}$, appelée **fréquence de Nyquist**

$$\frac{F_e}{2} : \text{fréquence de Nyquist}$$

Théorème d'échantillonnage de Nyquist-Shannon

- La formulation $X_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e)$ fournit donc une démonstration du théorème de Nyquist que nous avons observé empiriquement dans le cours d'ITS
- En pratique, avant de concevoir un système d'échantillonnage, on regarde la plus haute fréquence présente dans le spectre du signal analogique et on choisit la fréquence d'échantillonnage en fonction
- En particulier, un signal à largeur de bande infinie ne peut jamais vérifier scrupuleusement le critère de Nyquist : il y a donc nécessairement repliement de spectre.

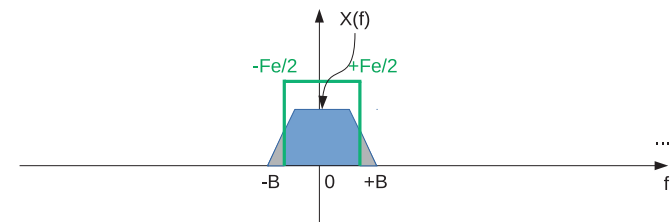
Conséquences du non-respect de Nyquist



Conséquences du non-respect de Nyquist

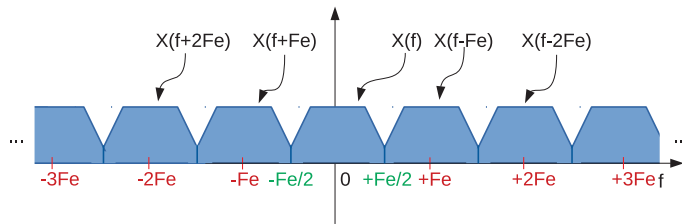
- Toutes les fréquences supérieures à $F_e - B$ sont détruites
- Comment faire pour limiter ces dégradations si on ne peut pas augmenter F_e ?

Filtre anti-repliement de spectre



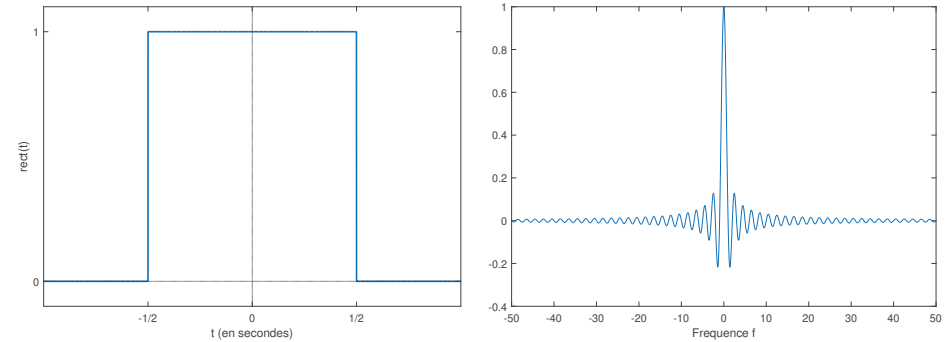
- Pour éviter ce phénomène, on utilise avant échantillonnage un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c égale à la fréquence de Nyquist $\frac{F_e}{2}$, appelé **filtre anti-repliement**
- Ces fréquences seront supprimées définitivement, mais ceci permettra de ne pas dégrader le contenu en fréquence

Filtre anti-repliement de spectre



- ▶ Grâce à ce filtrage réalisé en amont, on pourra reconstruire parfaitement le contenu en fréquence dans la bande de fréquence $[-\frac{F_e}{2}, +\frac{F_e}{2}]$
- ▶ Dans la plupart des situations réelles, il est courant que le spectre tende vers 0 quand $f \rightarrow +\infty$, donc le filtrage anti repliement supprime souvent peu d'information utile

Exemple de la fonction rectangulaire

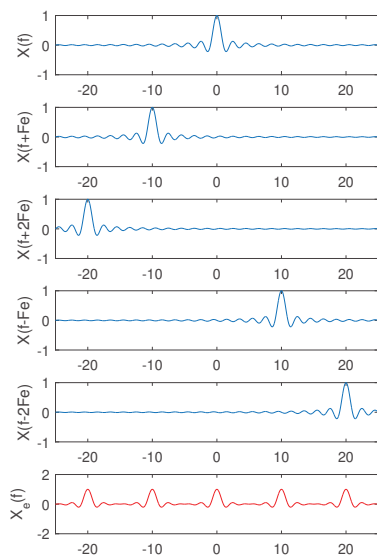


$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\frac{1}{2} < t < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$X(f) = \text{sinc}(f)$$

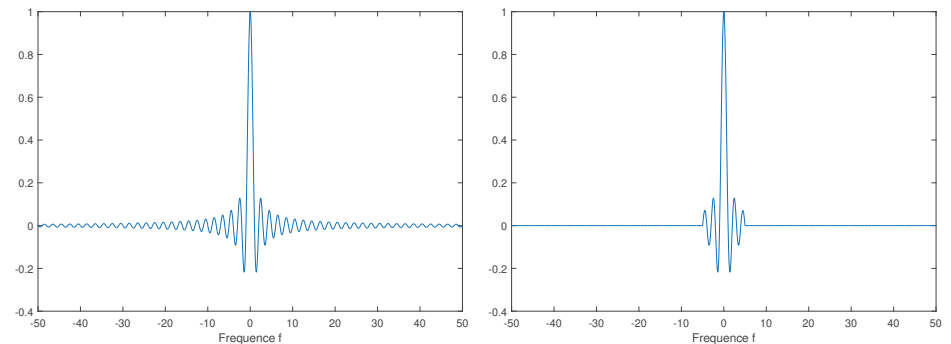
Largeur de bande infinie

Exemple de la fonction rectangulaire



- ▶ Sans filtre anti-repliement, on va additionner des fréquences parasites
- ▶ Bien que le contenu en fréquence soit relativement faible dans les hautes fréquences, on va créer des interférences dans spectre du signal échantillonné qui vont empêcher sa reconstruction

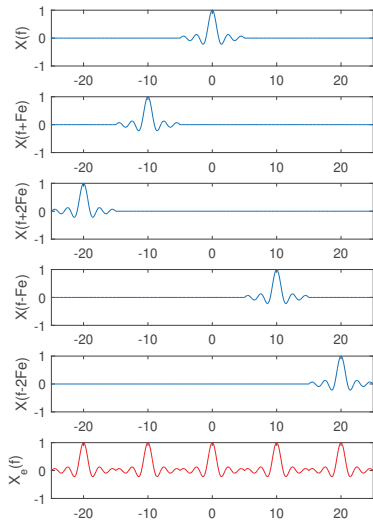
Exemple de la fonction rectangulaire



Avant filtre anti-repliement

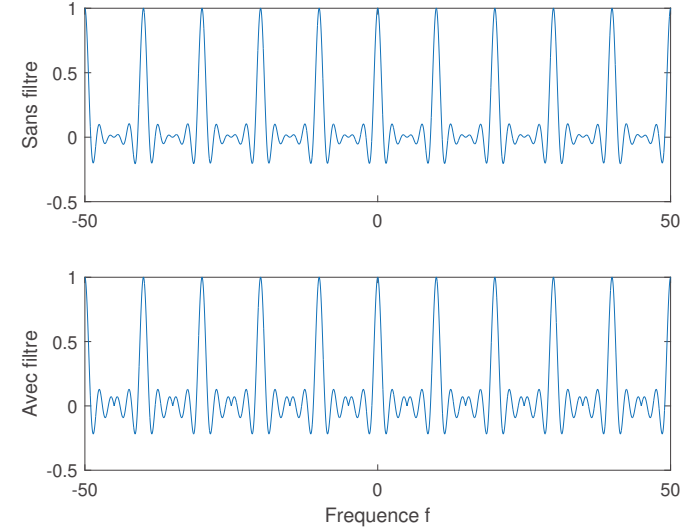
Après filtre anti-repliement (ici $F_e = 10 \text{ Hz}$)

Exemple de la fonction rectangulaire



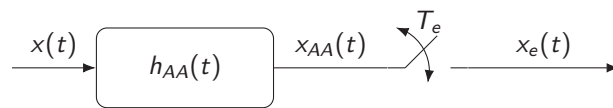
- ▶ Avec le filtre anti-repliement, les fréquences supérieures à $\frac{F_e}{2}$ sont supprimées
- ▶ Néanmoins, cette fois ci toutes les autres fréquences restent intactes : dans le signal $x_e(t)$ le contenu en fréquence dans la bande $[-\frac{F_e}{2}, +\frac{F_e}{2}]$ est exactement le même que pour $x(t)$

Exemple de la fonction rectangulaire



Filtre anti-repliement : modélisation

- ▶ Modélisation d'un échantillonneur idéal avec filtre anti-repliement (AA : anti-aliasing)



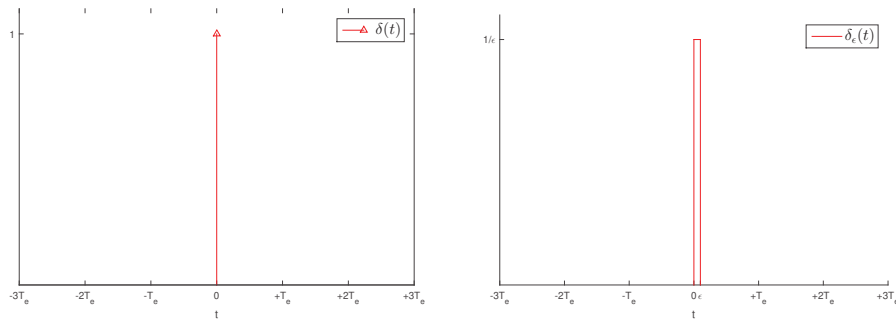
$$H_{AA}(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| < \frac{1}{2T_e} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Echantillonnage non idéal

$$x_e(t) = x(t) \times \left[T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e) \right] = T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) \delta(t - nT_e)$$

- ▶ Dans un échantillonneur réel deux choses ne sont pas possibles
 - ▶ On ne peut pas enregistrer une valeur de façon totalement instantanée. Dans la réalité au lieu de prélever une valeur à un instant donné $t = nT_e$, on prélève une valeur moyenne pendant un intervalle de petite taille autour de $t = nT_e$
 - ▶ Le signal obtenu en sortie ne peut pas être constitué de Dirac car ce signal n'est pas un signal physique : le peigne de Dirac est remplacé par un signal créneau, où chaque créneau a une petite taille ϵ

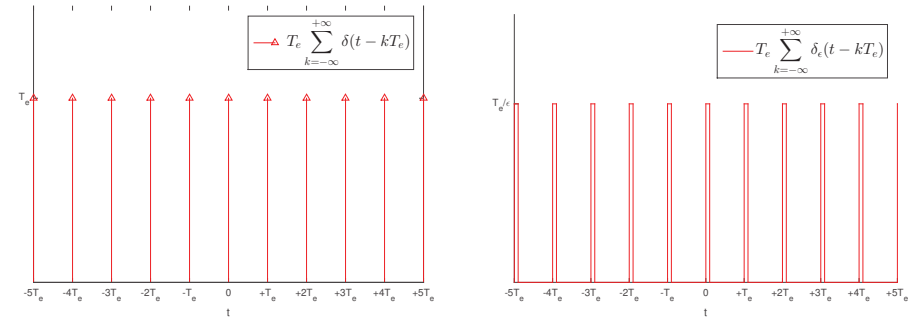
Dirac physiquement réalisable



Dirac idéal $\delta(t)$
Impossible à générer de façon physique

Dirac physique causal $\delta_\epsilon(t)$
 $\delta(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow +\infty} \delta_\epsilon(t)$

Peigne de Dirac physiquement réalisable



Peigne de Dirac de période T_e

$$T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e)$$

Signal créneau de période T_e : chaque créneau a une durée $\epsilon \ll T_e$

$$T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta_\epsilon(t - kT_e)$$

Echantillonneurs suiveur et bloqueur

- Nous allons définir deux échantillonneurs non idéaux, basés sur l'utilisation d'un peigne de Dirac physiquement réalisable
- **Echantillonneur suiveur**

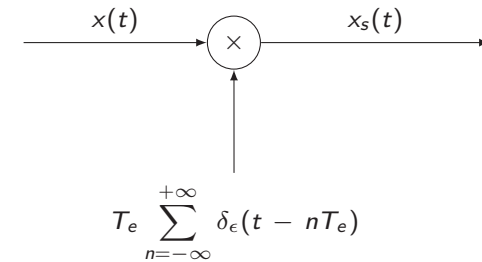
$$x_s(t) = x(t) \times \left[T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta_\epsilon(t - kT_e) \right]$$

- **Echantillonneur bloqueur**

$$x_b(t) = T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_e) \delta_\epsilon(t - kT_e)$$

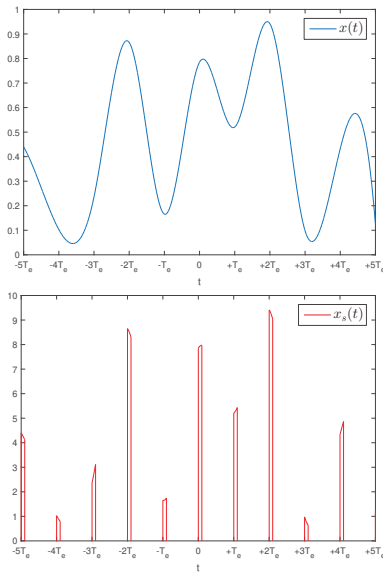
Echantillonneur suiveur : modélisation

- Modélisation d'un échantillonneur suiveur



$$x_s(t) = x(t) \times \left[T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta_\epsilon(t - kT_e) \right]$$

Echantillonneur suiveur : vision temporelle



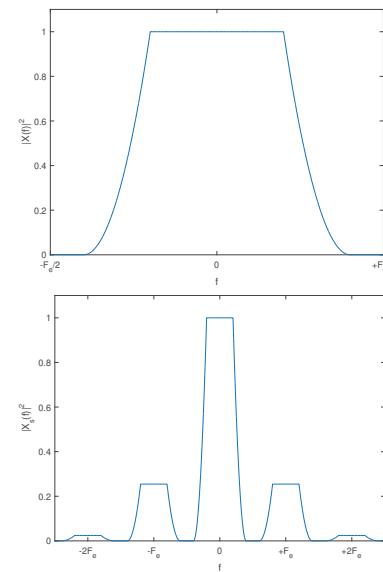
Laurent Oudre

Echantillonneur suiveur

- Le signal échantillonné recopie $x(t)$ entre kT_e et $kT_e + \epsilon$
- L'amplitude de chaque échantillon *suit* la valeur du signal pendant toute sa durée ϵ

$$x_s(t) = x(t) \times \left[T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta_\epsilon(t - kT_e) \right]$$

Echantillonneur suiveur : vision fréquentielle



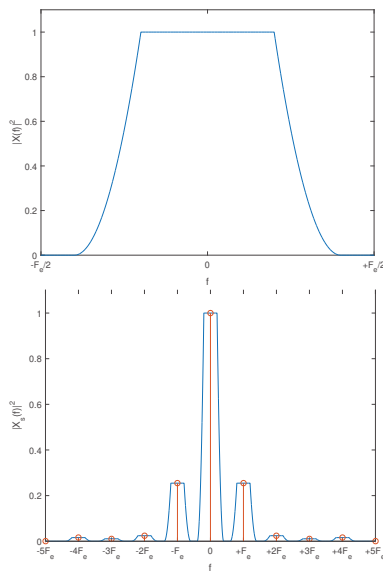
Laurent Oudre

Echantillonneur suiveur

$$X_s(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-j \frac{k\pi\epsilon}{T_e}} \text{sinc}\left(\frac{k\epsilon}{T_e}\right) X(f - kF_e)$$

- Le spectre du signal est recopié sur toutes les fréquences multiples de F_e , mais chaque copie a une amplitude différente
- Quand $\epsilon \rightarrow 0$, on a $X_s(f) \rightarrow X_e(f)$. On tend donc vers l'échantillonnage idéal.

Echantillonneur suiveur : vision fréquentielle



Laurent Oudre

Echantillonneur suiveur

$$X_s(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-j \frac{k\pi\epsilon}{T_e}} \text{sinc}\left(\frac{k\epsilon}{T_e}\right) X(f - kF_e)$$

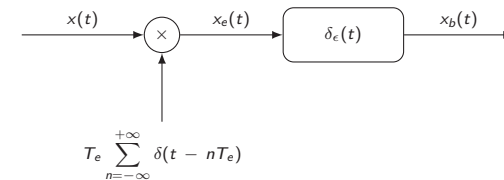
- Coefficient de pondération

$$e^{-j \frac{k\pi\epsilon}{T_e}} \text{sinc}\left(\frac{k\epsilon}{T_e}\right)$$

- Pour $k = 0$, le coefficient est égal à 1, donc on peut avoir une reconstruction parfaite du signal

Echantillonneur bloqueur : modélisation

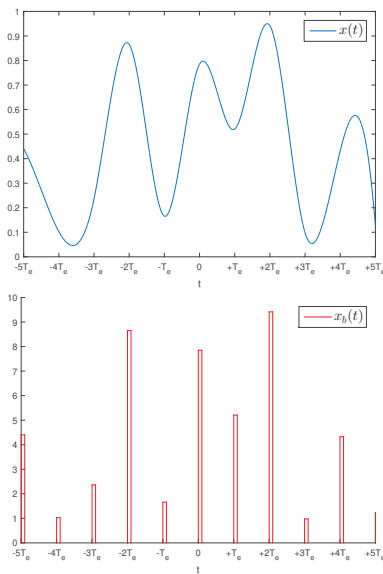
- Modélisation d'un échantillonneur bloqueur



$$x_b(t) = T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_e) \delta_\epsilon(t - kT_e)$$

Laurent Oudre

Echantillonneur bloqueur : vision temporelle



Laurent Oudre

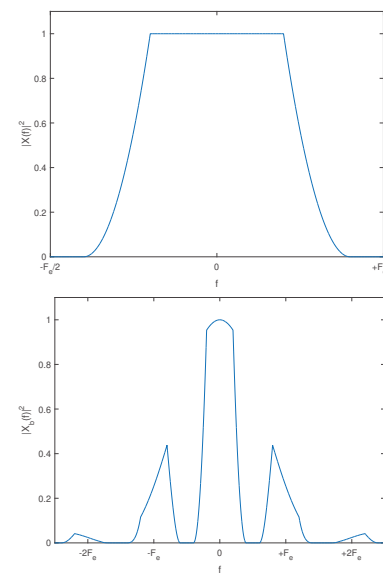
Théorie du signal

Echantillonneur bloqueur

- Le signal échantillonné recopie $x(kT_e)$ entre kT_e et $kT_e + \epsilon$
- L'amplitude de chaque échantillon *bloque* la valeur du signal pendant toute sa durée ϵ

$$x_b(t) = T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_e) \delta_\epsilon(t - kT_e)$$

Echantillonneur bloqueur : vision fréquentielle



Laurent Oudre

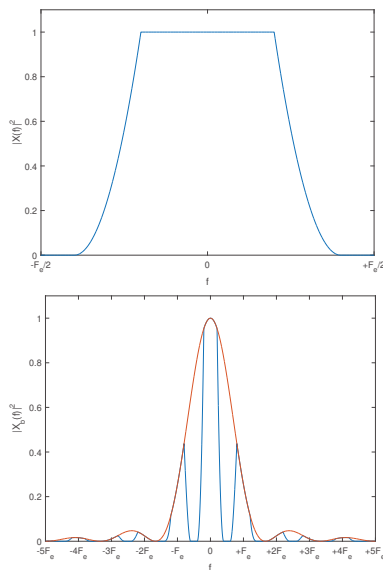
Théorie du signal

Echantillonneur bloqueur

$$X_b(f) = e^{-j\pi\epsilon f} \text{sinc}(\epsilon f) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e)$$

- Le spectre du signal est recopié sur toutes les fréquences multiples de F_e , et l'ensemble du spectre est affecté d'un coefficient multiplicatif fonction de la fréquence
- Quand $\epsilon \rightarrow 0$, on a $X_b(f) \rightarrow X_e(f)$. On tend donc vers l'échantillonnage idéal.

Echantillonneur bloqueur : vision fréquentielle



Laurent Oudre

Théorie du signal

Echantillonneur bloqueur

$$X_b(f) = e^{-j\pi\epsilon f} \text{sinc}(\epsilon f) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e)$$

- Cette fois ci, tout le contenu en fréquence est modifié, y compris la recopie du spectre autour de $f = 0$
- On ne pourra pas reconstruire facilement le signal : on a tendance à introduire des distorsions, qui seront d'autant plus grandes que ϵ est grand

Sommaire

Reconstruction

- 2.1 Modélisation d'une reconstruction idéale
- 2.2 Reconstruction non idéale

Laurent Oudre

Théorie du signal

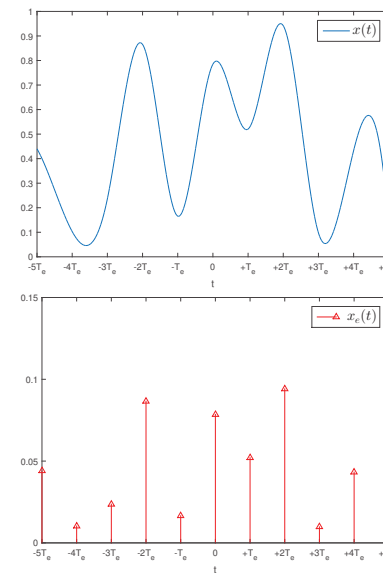
Reconstruction

- ▶ Après l'étape d'échantillonnage idéal, le signal initial $x(t)$ devient le signal $x_e(t)$ qui peut s'écrire

$$x_e(t) = T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) \delta(t - nT_e)$$

- ▶ Ce signal est uniquement défini par la période d'échantillonnage T_e et les échantillons du signal numérique $x[n] = x(nT_e)$
- ▶ Comment faire pour reconstruire le signal $x(t)$ à partir des échantillons $x[n]$?

Echantillonneur réel : vision temporelle

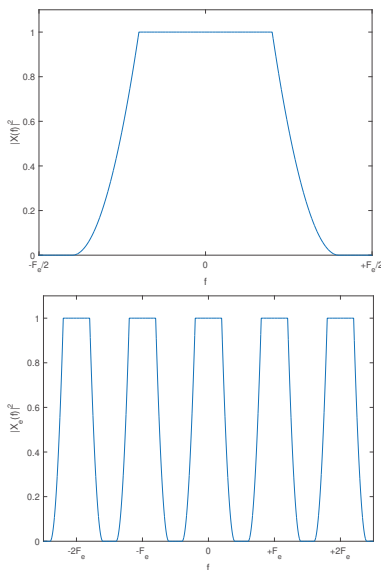


Echantillonneur idéal

$$x_e(t) = x(t) \times \left[T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e) \right]$$

$$x_e(t) = T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_e) \delta(t - kT_e)$$

Echantillonneur réel : vision fréquentielle

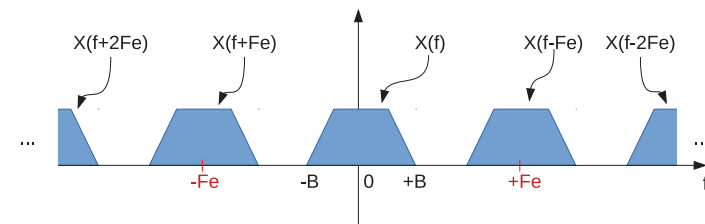


Echantillonneur idéal

$$X_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e)$$

- ▶ Le spectre du signal est recopié sur toutes les fréquences multiples de F_e
- ▶ Si le critère de Nyquist est vérifié, tous les spectres sont disjoints

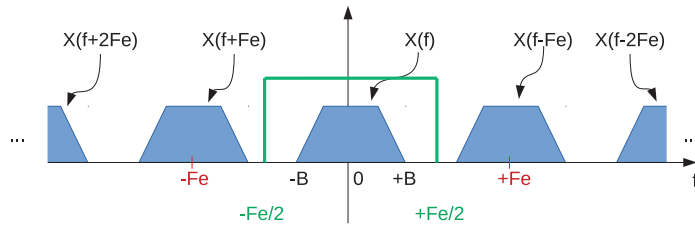
Reconstruction d'un signal



$$X_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e) \text{ avec } F_e > 2B$$

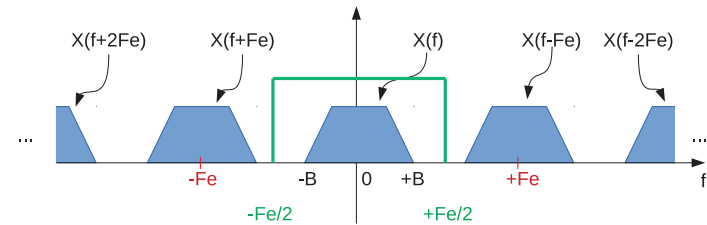
- ▶ Considérons le cas où la condition de Nyquist est vérifiée
- ▶ Comment peut-on reconstruire le signal $x(t)$ à partir du signal échantillonné ?

Reconstruction d'un signal



- Il suffit de remarquer qu'entre $-\frac{F_e}{2}$ et $+\frac{F_e}{2}$, on a exactement le spectre du signal original $x(t)$
- En filtrant avec un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure $f_c = \frac{F_e}{2}$, on retrouve donc exactement le spectre du signal $X(f)$

Reconstruction d'un signal



$$\hat{X}(f) = X_e(f) \times \text{rect}\left(\frac{f}{F_e}\right)$$

donc $\hat{x}(t) = x_e(t) * [F_e \text{sinc}(F_e t)]$

Reconstruction d'un signal

- Le signal reconstruit $\hat{x}(t)$ peut donc s'écrire

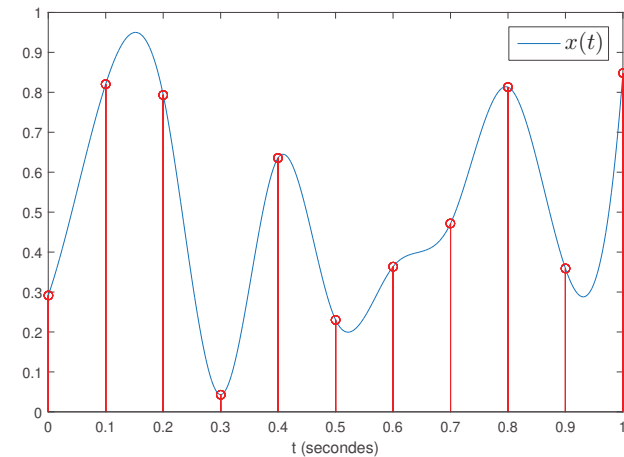
$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= x_e(t) * [F_e \text{sinc}(F_e t)] \\ &= \left[T_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) \delta(t - nT_e) \right] * [F_e \text{sinc}(F_e t)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) [\delta(t - nT_e) * \text{sinc}(F_e t)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) \text{sinc}(F_e t - n) \end{aligned}$$

- Si la condition de Nyquist est vérifiée, on peut donc totalement reconstruire le signal $x(t)$ uniquement à partir des échantillons $x(nT_e)$

$$\hat{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) \text{sinc}(F_e t - n)$$

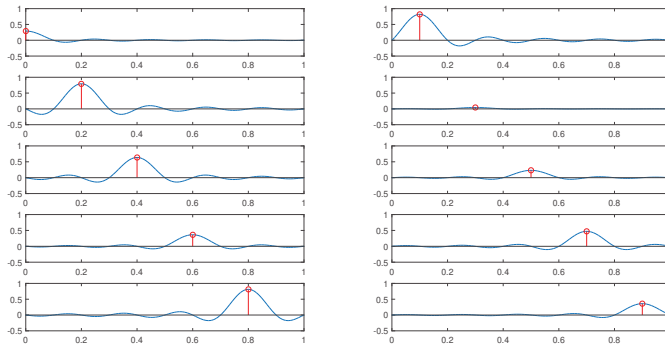
Cette formule est appelée **formule d'interpolation**

Exemple



Signal $x(t)$ à largeur de bande finie $B = 4$ Hz, échantillonné à $F_e = 10$ Hz
Condition de Nyquist vérifiée

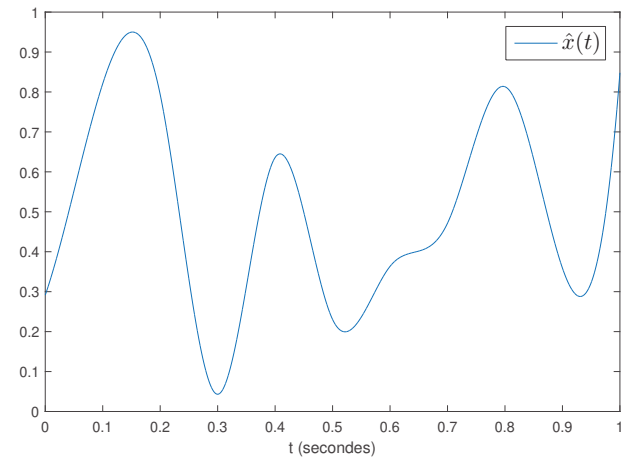
Exemple



$$\hat{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e) \text{sinc}(F_e t - n)$$

Sinus cardinaux décalés et pondérés par les valeurs des échantillons, que l'on va sommer

Exemple

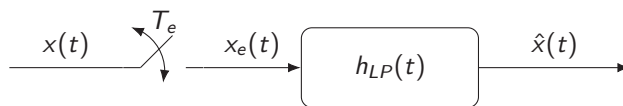


Reconstruction parfaite du signal $x(t)$

$$\hat{x}(t) = x(t)$$

Reconstruction idéale : modélisation

- Modélisation d'un échantillonneur idéal avec reconstruction idéale
- Si le critère de Nyquist est vérifié, on a $\hat{x}(t) = x(t)$



$$H_{LP}(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| < \frac{1}{2T_e} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Reconstruction physiquement réalisable

- En théorie, avec un échantillonneur idéal, la reconstruction idéale du signal $x(t)$ à partir des échantillons $x[n]$ se modélise par

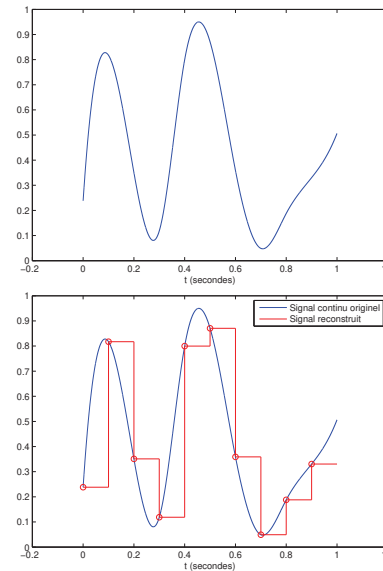
$$\hat{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \text{sinc}(F_e t - n)$$

- Il s'agit d'appliquer un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure $f_c = \frac{F_e}{2}$ sur le spectre répliqué $X_e(f)$
- Il y a deux problèmes qui limitent l'utilisation de cette formule en pratique
 - Les calculs sont compliqués : il y a une infinité de termes et le sinus cardinal a un support temporel infini
 - La reconstruction n'est pas causale : pour reconstruire $\hat{x}(t_0)$ on a besoin de tous les échantillons $x(nT_e)$, même ceux pour lesquels $nT_e > t_0$

Reconstruction non idéale

- Nous allons ici définir deux façons non idéales de reconstruire un signal analogique $\hat{x}(t)$ à partir d'échantillons discrets $x[n]$
- **Bloqueur d'ordre 0**
- **Bloqueur d'ordre 1**
- Attention à ne pas confondre avec l'échantillonneur bloqueur !

Bloqueur d'ordre 0



Reconstruction par bloqueur d'ordre 0

- En ne connaissant que les échantillons $x[n]$, on approche $x(t)$ par

$$\hat{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \text{rect}\left(\frac{t - \frac{T_e}{2}}{T_e}\right)$$

- Deux avantages :
 - Reconstruction causale
 - Extrêmement simple à réaliser : le signal vaut $x[n]$ entre nT_e et $(n+1)T_e$ et on change sa valeur quand on reçoit l'échantillon suivant.
 - Sa valeur est donc *bloquée* tant qu'on a pas reçu l'échantillon suivant

Bloqueur d'ordre 0

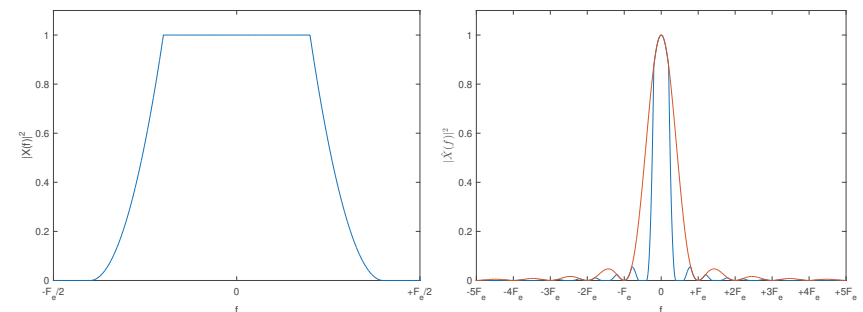
- On peut remarquer que

$$\hat{x}(t) = x_b(t) \text{ avec } \epsilon = T_e$$

- Reconstruire un signal grâce à un bloqueur d'ordre 0 est équivalent à échantillonner un signal avec un échantillonneur bloqueur de paramètre $\epsilon = T_e$
- On a donc

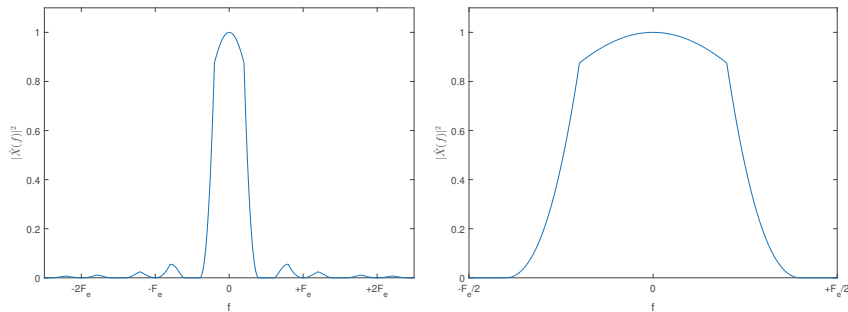
$$\hat{X}(f) = e^{-j\pi T_e f} \text{sinc}(T_e f) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(f - kF_e)$$

Bloqueur d'ordre 0



- La multiplication par $e^{-j\pi T_e f} \text{sinc}(T_e f)$ a tendance à supprimer les duplications du spectre et à ne garder que la forme principale entre $-\frac{F_e}{2}$ et $\frac{F_e}{2}$

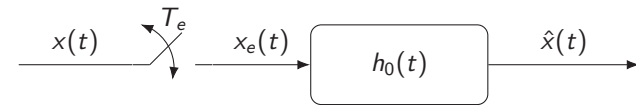
Bloqueur d'ordre 0



- En revanche, même sur la bande entre $-\frac{F_e}{2}$ et $\frac{F_e}{2}$, le spectre a été modifié : soit on accepte cette dégradation, soit on peut réaliser un filtrage supplémentaire (grâce à un filtre appelé égaliseur) pour retrouver le spectre $X(f)$

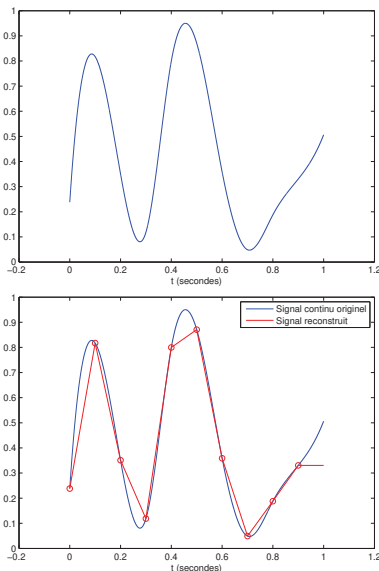
Reconstruction par bloqueur d'ordre 0 : modélisation

- Modélisation d'un échantillonneur idéal avec reconstruction par bloqueur d'ordre 0
- Même si le critère de Nyquist est vérifié, on a $\hat{x}(t) \neq x(t)$: il faut utiliser un filtre égaliseur



$$h_0(t) = \frac{1}{T_e} \text{rect} \left(\frac{t - \frac{T_e}{2}}{T_e} \right)$$

Bloqueur d'ordre 1



Reconstruction par bloqueur d'ordre 1

- En ne connaissant que les échantillons $x[n]$, on approche $x(t)$ grâce à une interpolation linéaire entre les échantillons
- Avantage : modélisation plus fine du signal original
- Désavantage : plus compliqué à mettre en oeuvre que le bloqueur d'ordre 0, reconstruction non causale
- De la même façon, on peut définir des bloqueurs d'ordre 2, 3, etc...