

# Traitement numérique du signal

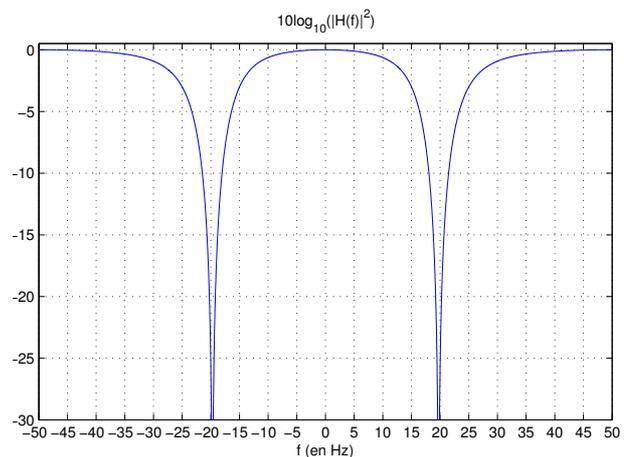
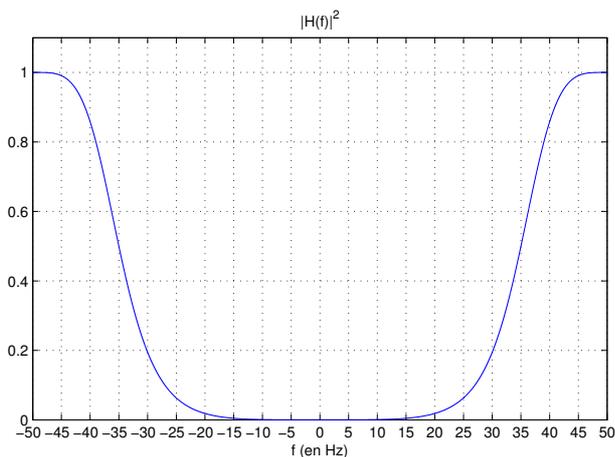
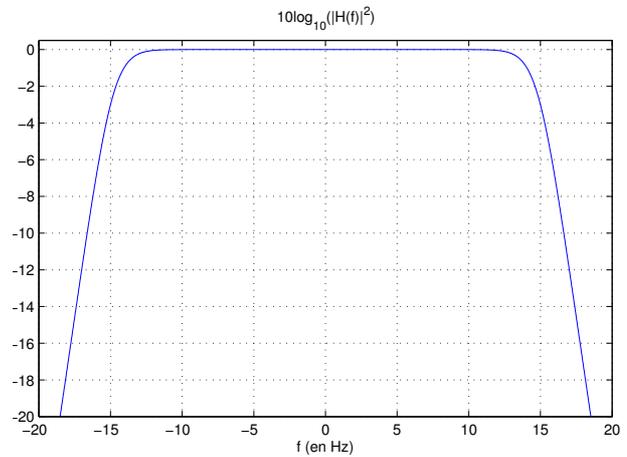
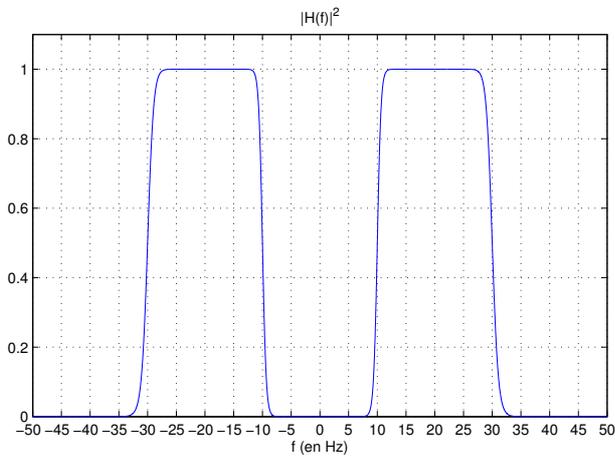
## TD 5 : Filtrage dans le domaine fréquentiel

Université Paris 13, Institut Galilée, Ecole d'ingénieurs Sup Galilée  
Parcours Informatique et Réseaux Alternance - 1<sup>ère</sup> année

2017-2018

### 1 Filtres et bandes passantes

On a tracé ci-dessous le module de la fonction de transfert de plusieurs filtres en échelle linéaire ou en décibels. Pour chaque filtre, donner son type (passe bas, passe haut, passe bande, coupe bande) et déterminer sa bande passante à -3 dB.



## 2 Calculs de fonctions de transfert

1. On considère un filtre analogique de réponse impulsionnelle causale

$$h(t) = e^{-\alpha t} \text{ pour } t \geq 0 \text{ avec } \alpha > 0$$

- (a) Calculer sa fonction de transfert  $H(f)$  en fonction de  $\alpha$
- (b) Calculer le module au carré de la fonction de transfert  $|H(f)|^2$  en fonction de  $\alpha$ . Quelle est la valeur maximale de ce module ? Quel est le type du filtre ?
- (c) Calculer sa bande passante à -3 dB en fonction de  $\alpha$

2. On considère un filtre numérique de réponse impulsionnelle causale

$$h_n = (\beta)^n \text{ pour } n \geq 0 \text{ avec } 0 < \beta < 1$$

On rappelle que pour un signal  $x_n$  échantillonné avec une période d'échantillonnage  $T_s$ , on peut définir une transformée de Fourier à temps discret (TFTD) de la forme :

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n e^{-j2\pi f n T_s}$$

On rappelle également que pour  $z \in \mathbb{C}$  tel que  $|z| < 1$  on a :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} z^n = \frac{1}{1-z}$$

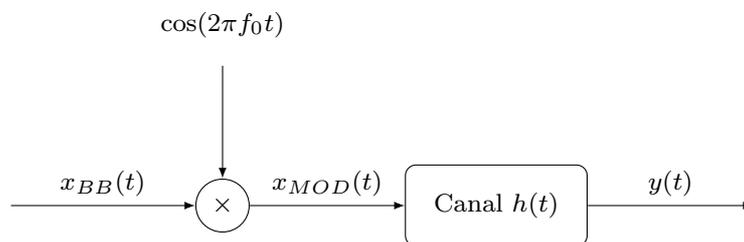
On rappelle finalement la formule de trigonométrie suivante :

$$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$$

- (a) Ce filtre est-il à réponse impulsionnelle finie ou infinie ?
- (b) Calculer sa fonction de transfert  $H(f)$  en fonction de  $\beta$  et  $T_s$
- (c) Calculer le module au carré de la fonction de transfert  $|H(f)|^2$  en fonction de  $\beta$  et  $T_s$ . Quelle est la valeur maximale de ce module ? Quel est le type du filtre ?

## 3 Modulation

On considère la chaîne de traitement suivante :



Le signal  $x_{BB}(t)$  est en bande de base et de largeur de bande  $B$ . Il est d'abord modulé grâce à une sinusoïde de fréquence fondamentale  $f_0$  (avec  $f_0 \gg B$ ), puis envoyé sur un canal de transmission modélisé comme un filtre linéaire de réponse impulsionnelle  $h(t)$ . Le signal finalement reçu est noté  $y(t)$ .

1. Calculer  $x_{MOD}(t)$  puis  $X_{MOD}(f)$
2. Quelle est la largeur de bande du signal  $x_{MOD}(t)$  en bande modulée ? Faire un dessin.
3. Calculer  $Y(f)$  en fonction de  $X_{BB}(f)$  et  $H(f)$ .
4. Si on ne veut pas perdre d'information à la réception, quels sont les types de canaux possibles ? Donner le(s) type(s) de filtre associés et leurs bandes passantes.