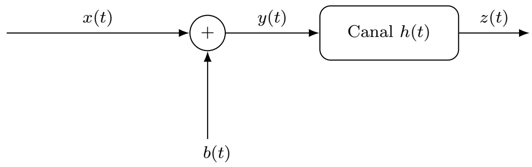
Traitement numérique du signal

TD 6 : Introduction aux signaux aléatoires

Université Paris 13, Institut Galilée, Ecole d'ingénieurs Sup Galilée
Parcours Informatique et Réseaux Alternance - $1^{\text{ère}}$ année

2017-2018

1 Rapport signal sur bruit



On considère un signal déterministe $x(t)$ en bande de base, de puissance moyenne totale P_x et de largeur de bande B. Il est envoyé sur un canal de transmission modélisé comme la succession d'un bruit blanc additif $b(t)$ de densité spectrale de puissance $\frac{N_0}{2}$ et d'un filtre linéaire de réponse impulsionnelle $h(t)$ ayant comme fonction de transfert :

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } -f_c < f < f_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Exprimer $z(t)$ en fonction de $x(t)$, $b(t)$ et $h(t)$.
2. Identifier le terme lié au signal et le terme lié au bruit. Quelle condition doit vérifier f_c pour qu'on ne perde pas d'information ?
3. On suppose dans la suite que $f_c = B$. Calculer le rapport signal sur bruit SNR en fonction de P_x, N_0 et B (On pourra noter $x' = (x * h)$ et $b' = (b * h)$)

2 Introduction aux communications numériques

On considère un signal aléatoire $a(t)$ correspondant à l'émission de symboles aléatoires $a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$ toutes les T secondes.

$$a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \, \delta(t - kT)$$

Ce signal est filtré par un filtre linéaire de réponse impulsionnelle $h(t)$:

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La sortie du filtre est notée $x(t)$.

1. Dessiner un exemple de signal $a(t)$ et la sortie du filtre $x(t)$ correspondante.
2. A partir de la formule donnée dans le cours, calculer la densité spectrale de puissance $\Gamma_a(f)$ de $a(t)$.
3. Redémontrer (déjà fait au TD 4) que :
$$H(f) = T \,\mathrm{sinc}\,(Tf)\, e^{-j\pi f T}$$
4. En déduire une expression de $\Gamma_x(f)$ et commenter : quelle est la largeur de bande de ce signal ?
5. (facultatif) Même exercice avec $a_k \in \{0, 1, 2, 3\}$